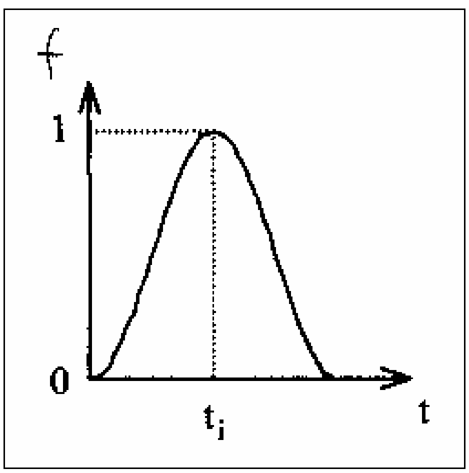
2. Konstrukcija krivulje s obzirom na zadane tačke

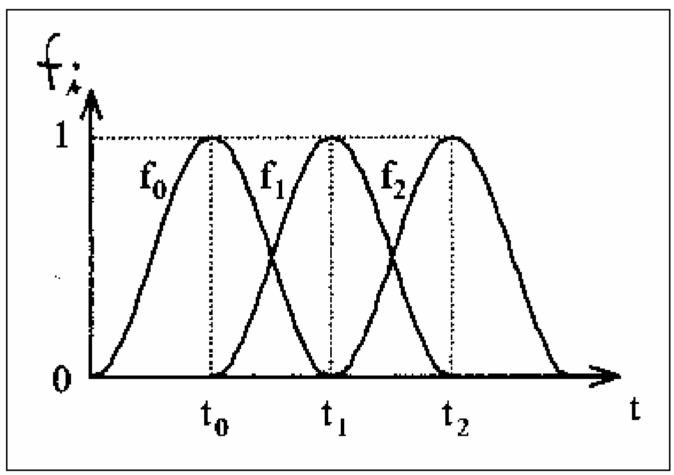
Jedan od najčešćih problema koji se vezuje uz područje *krivulja* može se izraziti zadatkom u kome je zadana n+1 tačka i gdje je potrebno povući krivulju s obzirom na te tačke. Pod pojmom „*s obzirom na zadane tačke*“ može se podrazumijevati da to znači „*kroz tačke*“, ali to i ne mora biti tako. Uz pomenuti zadatak, mogu se postavljati i drugi zahtjevi s obzirom na oblik krivulje, kao što je na primjer zahtjev da kruvulja bude glatka.

Jedno od mogućih rješenja je upotreba težinskih funkcija. Ideja se sastoji u slijedećem:

Želi se konstruisati krivulja čiji se početak dobije za vrijednost parametra $t=t_s$, a kraj $t=t_e$. Pri tome krivulja prolazi kroz tačke T_i za vrijednost parametra $t=t_i$. Iskoristit će se težinske funkcije zvonolikog oblika koje imaju maksimum za $t=t_i$, kako je prikazano na slici 2.1. Težinskih funkcija bit će onoliko koliko je zadanih tačaka. Svaka tačka obliku krivulje doprinosit će svojim koordinatama pomnoženim s težinskom funkcijom. Jednadžba krivulje tada će se zapisati kao suma umnožaka svake tačke i odgovarajuće težinske funkcije. Težinske funkcije će se označiti sa f_i , pri čemu indeks i pokazuje kojoj tački pripada ta težinska funkcija.



Sl. 2.1 Zvonolika težinska funkcija



Sl. 2.2 Primjer s tri zadane tačke i tri zvonolike funkcije

Tako se jednadžba krivulje može zapisati u obliku:

$$T_K = \sum_{i=0}^{n} f_i(t) \cdot T_i$$

gdje je T_K tačka krivulje, a T_i i-ta zadana tačka (kako je zadana n + 1 tačka, indeks ide od 0 do n). Kao primjer će se uzeti da su zadane 3 tačke. Težinske funkcije mogle bi izgledati kao na slici 2.2.

Ukoliko se krivulja crta od $t=t_0$ do $t=t_2$, šta se može reći o krivulji, gledajući ove težinske funkcije?

Za $t=t_0$ je $f_0 = 1, f_1 = 0, f_2 = 0$, pa je:

$$T_K(t=t_0) = \sum_{i=0}^{3} f_i(t)\cdot T_i = f_0(t_0)\cdot T_0 + f_1(t_0)\cdot T_1 + f_2(t_0)\cdot T_2 = 1\cdot T_0 + 0\cdot T_1 + 0\cdot T_2 = T_0$$

Za $t=t_1$ je $f_0 = 0, f_1 = 1, f_2 = 0$, pa je:

$$T_K(t=t_1) = \sum_{i=0}^{3} f_i(t)\cdot T_i = f_0(t_1)\cdot T_0 + f_1(t_1)\cdot T_1 + f_2(t_1)\cdot T_2 = 0\cdot T_0 + 1\cdot T_1 + 0\cdot T_2 = T_1$$

Za $t=t_2$ je $f_0 = 0, f_1 = 0, f_2 = 1$, pa je:

$$T_K(t=t_2) = \sum_{i=0}^{3} f_i(t)\cdot T_i = f_0(t_2)\cdot T_0 + f_1(t_2)\cdot T_1 + f_2(t_2)\cdot T_2 = 0\cdot T_0 + 0\cdot T_1 + 1\cdot T_2 = T_2$$

Krivulja dakle prolazi kroz sve zadane tačke, a međutačke se aproksimiraju. Može li se pogledom na sliku 2.2 reći kako krivulja ovisi o promjeni pojedine tačke? Na slici se jasno vidi da na položaj tačke istovremeno djeluju najviše dvije težinske funkcije, dok su ostale